Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ПРОЕКТ
«ИНЖЕНЕРНЫЙ КЛАСС В МОСКОВСКОЙ ШКОЛЕ»

Решение ситуационных задач по исследовательскому направлению

Авторы **Буркова Е.Г., Козичев В.В., Леонов В.В.**

Москва – 2018

Исследовательское направление

Включает задачи, в которых требуется получение аналитической зависимости одних величин от других, характеризующей рассматриваемую конструкцию, с учетом действующих условий. Например, задачи оптимизации.

Основные критерии оценивания решения задач

1. **Выделение основных физических процессов, их последовательности и причинно-следственных связей.** Данный пункт подразумевает оценку текстового и графического описания физических процессов.
2. **Правильная формализация физических процессов, запись основных зависимостей (формул), описывающих физические процессы или состояния элементов системы.** В качестве исходных формул необходимо использовать законы и определения физических величин, общие известные уравнения процессов и состояний.
3. **Составление системы уравнений, алгоритма расчета, математической модели.** Здесь корректная запись системы является приоритетной относительно упрощения и приведения к удобному виду. Оценивается умение комбинировать и преобразовывать выражения, с целью получения нужных данных.
4. **Проведение расчетов, получение и представление результата.** Оценивание каждого вопроса задачи производится отдельно с весовым коэффициентом, равным (1/[количество вопросов]), а также добавляется бонусный балл за качество оформления или представления ответа.

Дополнительные критерии оценивания решения задач по исследовательскому направлению

1. До 3 дополнительных баллов за корректный подход к анализу влияющих факторов (учет факторов, не отраженных в явном виде в условии, оценка значимости факторов, устранение малозначимых факторов);
2. До 3 дополнительных баллов за анализ результатов решения (качественная и количественная интерпретация результатов, оценка области применения, общие выводы из частного решения).

Дополнительные критерии оценивания решения задач

1. Если решение задачи содержит разрозненные записи, выделены правильно некоторые физические процессы, присутствует одна-две правильные формулы, но решение, как таковое отсутствует или абсолютно неверное, то ставится 1-2 балла
2. Верные решения задач могут отличаться от авторских. Допустим учет дополнительных параметров, не предусмотренных авторами в случае, если не нарушаются физические законы и технические закономерности функционирования системы.
3. За отсутствие пояснений, ошибки в численных расчетах при верном пути решения задачи снимается 1-2 балла.
4. В случае если задача содержит правильный путь решения, но не доведена до ответа или получен неправильный ответ, при этом присутствуют отдельные правильные элементы решения, то оценивание проводится по критериям, приведенным для каждой задачи.

Критерии оценивания решения задач

Подпункт	Исследовательская
1. Выделение физических процессов, последовательности и причинно-следственных связей	
Основные баллы	10
Графическое описание	+2
Структурирование	+2
Максимальное число баллов за этап	**14**
2. Формализация физических процессов	
Основные баллы	10
Максимальное число баллов за этап	**10**
3. Подготовка системы уравнений, алгоритма, математической модели	
Основные баллы	10
Преобразование системы уравнений	+3
Максимальное число баллов за этап	**13**
4. Проведение расчетов, получение и представление результата	
Расчеты и результат	5
Представление результата	+2
Максимальное число баллов за этап	**7**
5. Дополнительные баллы в соответствии со спецификой задачи	
Максимальное число баллов за этап	**6**
Общее количество баллов	
Максимальная сумма баллов за задачу	**50**

Общий алгоритм решения задач

1. Выделить (назвать) основные физические процессы и явления, лежащие в основе работы и/или оказывающие влияние на работу описанных в поставленной задаче технических объектов, а также установить их последовательность и причинно-следственные связи.
2. Привести, при необходимости, графическое (схематическое) описание поставленной задачи.
3. Формализовать задачу, т.е. сформулировать вводимые при решении задачи допущения, привести необходимые для её решения базовые физические соотношения (формулы).
4. Определить есть ли необходимость в дополнительных исходных или справочных данных.
5. Составить систему уравнений (математическую модель), решить её, получить аналитические соотношения для искомых величин.
6. Произвести числовые расчеты, проверив соответствие единиц измерения физических величин.
7. Представить полученные результаты в соответствии с вопросами задачи.

Регламент

1. В билете **1 задача**, содержащая **2..3 вопроса**.
2. Время на решение задачи: **80 минут**.
3. Время на защиту: **5 минут** (включая ответы на вопросы).
4. Максимально количество баллов:

   50 баллов (Решение) + **10 баллов** (Защита) = **60 баллов**.

5. Без защиты работа **не засчитывается**.

Задача 1. Условие

В недрах Сколково разработан инновационный самолёт – летающее крыло (самолет без фюзеляжа и оперения, состоящий из крыла и размещенных в нем двигателей и прочих агрегатов). Прототип изготовлен из пенопласта, имеет размах крыльев 3 м, площадь крыла 0,9 м^2 и взлетную массу 2 кг.

В рамках развития проекта разработчик принял решение масштабировать прототип в сторону увеличения без изменения технологии изготовления. Затраты на изготовление самолёта в первом приближении складываются из стоимости материалов, стоимости изготовления и стоимости разработки. Стоимость материала составляет 100 руб/кг. Стоимость изготовления пропорциональна площади крыла и составляет 10000 руб/м^2. Стоимость разработки пропорциональна массе самолета и составляет 5000 руб/кг.

Задача 1. Условие (продолжение)

Вопросы:

1) Определите взлётную скорость прототипа и необходимую тягу двигателя.
2) Постройте зависимость размаха крыла, взлётной скорости и тяги двигателей от взлётной массы самолета, в диапазоне последней от 2 кг до 200 т.
3) Каковы максимальные размеры и масса самолёта, если взлетная скорость ограничена величиной 100 км/час.
4) Постройте зависимость себестоимости создания самолёта от его взлётной массы. Определите массу самолёта, который необходимо создать для освоения бюджетных средств в объеме 200 млн. руб.

Задача 1. Дополнительная информация

Подъемная сила крыла и сила аэродинамического сопротивления определяются соответственно с помощью следующих уравнений:

$$F_Y = C_Y S \frac{\rho v^2}{2}$$

$$F_X = C_X S \frac{\rho v^2}{2}$$

где C_y – коэффициент подъемной силы, C_x – коэффициент аэродинамического сопротивления, S – площадь крыла, ρ – плотность воздуха, v – скорость полета.

Значения аэродинамических коэффициентов зависят от многих величин и параметров. В рамках задачи они постоянны и равны C_y = 1,2 и C_x = 0,1. Для горизонтального полёта подъемная сила должна компенсировать силу тяжести самолёта, а сила тяги двигателей должна компенсировать силу аэродинамического сопротивления.

Задача 1. Решение

Очевидно, масса самолета пропорциональная его объему, который, в свою очередь, пропорционален размеру в кубе. Площадь крыла пропорциональна его размеру в квадрате.

1) Прямая задача определения параметров прототипа.

Взлетной называется скорость, при которой подъемная сила крыла достигает силы тяжести самолета:

$$C_Y S \frac{\rho v^2}{2} = Mg.$$

Выразим скорость:

$$v = \sqrt{\frac{2Mg}{C_Y S \rho}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2\,кг \cdot 9{,}8\,м/с^2}{1{,}2 \cdot 0{,}9\,м^2 \cdot 1{,}2\,кг/м^3}} = 5{,}5\,\text{м/с}\left(\text{или } 19{,}8\ \text{км/ч}\right).$$

Необходимая тяга двигателя равняется силе сопротивления, рассчитываемой при известной скорости полёта:

$$F_X = C_X S \frac{\rho v^2}{2} = 0{,}1 \cdot 0{,}9\,м^2 \cdot \frac{1{,}2\,кг/м^3 \cdot \left(5{,}5\,\frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^2}{2} = 1{,}634\,Н.$$

Задача 1. Решение

2) Для построения зависимостей параметров самолета от его массы запишем несколько уравнений.

Масса самолета пропорциональна его объему (или кубу размера):

$$M = KH^3$$

где K – коэффициент пропорциональности, H – линейный размер самолета (например, размах крыла). Определим значение коэффициента исходя из характеристик прототипа:

$$K = \frac{M_{\text{прот}}}{H_{\text{прот}}^3} = \frac{2\,\text{кг}}{27\,\text{м}^3} \approx 0,074\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$$

Таким образом, размах крыла зависит от массы как:

$$H = \sqrt[3]{\frac{M}{K}}.$$

Площадь крыла пропорциональна квадрату линейного размера:

$$S = JH^2.$$

Определим значение коэффициента пропорциональности:

$$J = \frac{S_{прот}}{H_{прот}^2} = 0,1.$$

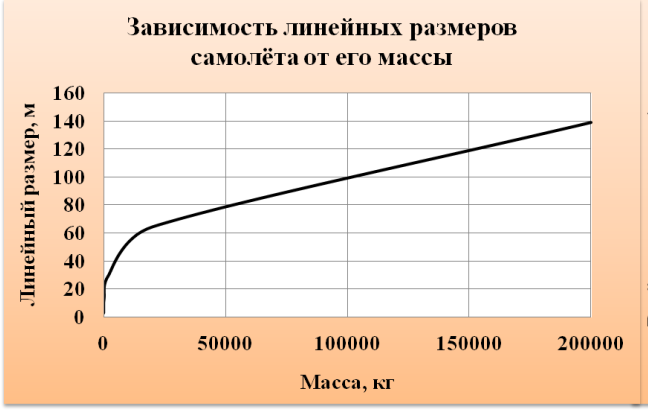
Задача 1. Решение (продолжение)

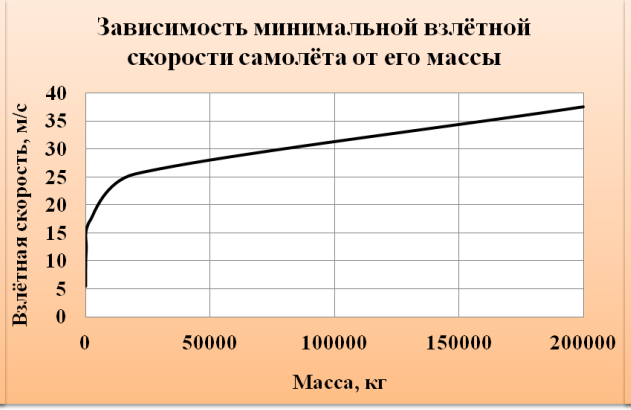
Таким образом, площадь крыла зависит от массы как:

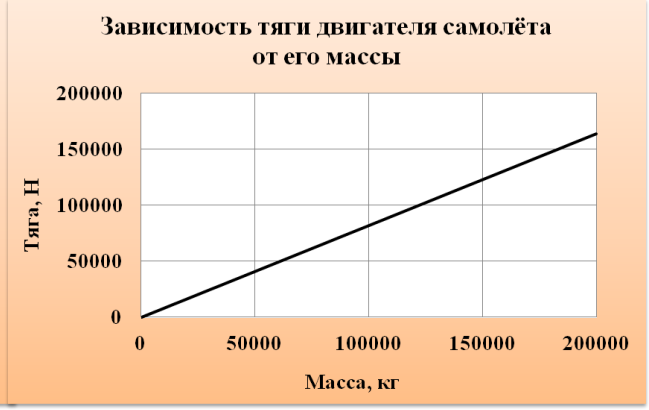
$$S = JH^2 = J\left(\frac{M}{K}\right)^{2/3}$$

Составим таблицу расчетных значений требуемых параметров:

M, кг	H, м	S, м^2	$V_{мин}$, м/с	P, Н
2	3,001001	0,900601	5,50069	1,635
200	13,92941	19,40285	11,85088	163,5
2000	30,01001	90,06005	17,39471	1635
20000	64,6546	418,0217	25,53194	16350
200000	139,2941	1940,285	37,47576	163500







Задача 1. Решение (продолжение)

3) 100 км/ч – это 100/3,6 = 27,8 м/с.

Далее, используя результаты пп. 1) и 2), имеем:

$$v^2 = \frac{2Mg}{C_Y S \rho} = \frac{2g\sqrt[3]{MK^2}}{C_Y J \rho}.$$

Отсюда

$$M = \left(\frac{C_Y J \rho v^2}{2g}\right)^3 \Big/ K^2 = 33000 \text{ кг}.$$

4) Дополним таблицу п.2 данными о стоимости, рассчитанными на основе имеющейся информации.

Масса самолета составляет 38000 кг.

M, кг	$C_{мат}$, руб	$C_{изг}$, руб	$C_{разр}$, руб	$C_{полн}$, руб
2	200	9006,005	10000	19206,01
200	20000	194028,5	1000000	1214028
2000	200000	900600,5	10000000	11100601
20000	2000000	4180.217	1E+08	1,06E+08
200000	20000000	19402850	1E+09	1,04E+09

Задача 1. Решение (продолжение)

Данная задача является примером того, что значимым навыком может быть не только знание законов физики, но и умение понимать и гибко оперировать прикладными зависимостями, как выводимыми из физики, так и представленными из других источников, являющимися аппроксимацией эмпирических данных, либо просто данных свыше «потому что так».

При этом (как показывает пример со связью массы, объема и размера крыла) необходимо уметь находить и оперировать простейшими качественными зависимостями (величина А пропорциональна величине Б), находить способы их количественной оценки.

Применение подобного подхода является скорее исключением, чем правилом, но необходимость его применения не может быть исключена.

Задача 2. Условие

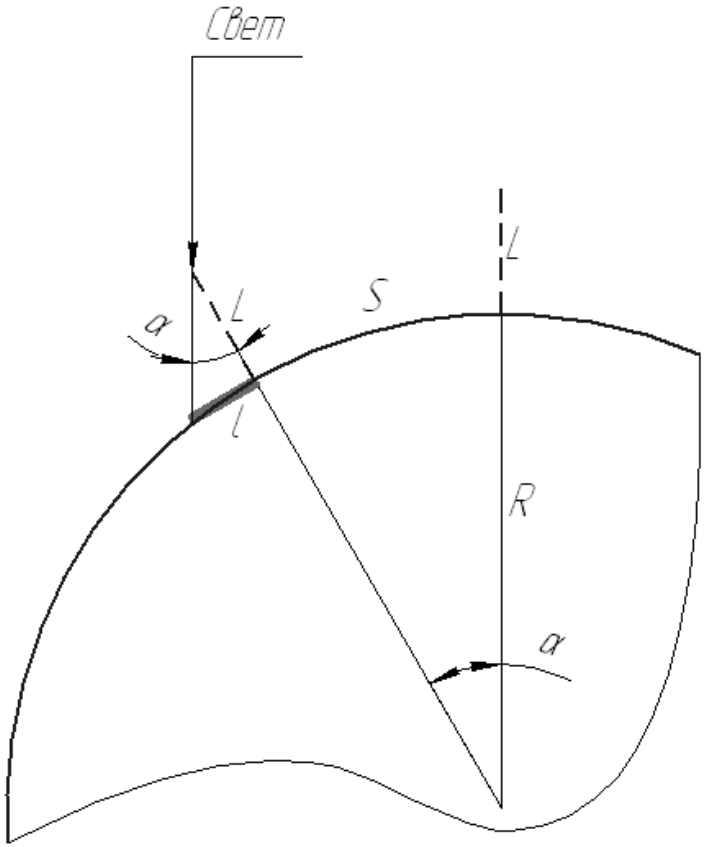
Исследователь оказался на неизвестной планете с линейкой и 10-метровым шестом, оснащенным приспособлением, позволяющим установить его вертикально.

Исследователь нашел точку, в которой тень шеста отсутствует, а также определил направление движения местной звезды. Отойдя от базовой точки на 10, 20 и 50 км перпендикулярно направлению движения звезды по небу, он провел три измерения. Длина тени составила 41, 90 и 219 мм соответственно.

1) Определить диаметр планеты.
2) Оцените точность определения диаметра планеты в первом измерении, если точность определения дистанции составляет ±5%, а точность измерения длины тени ±2мм.

Задача 2. Решение

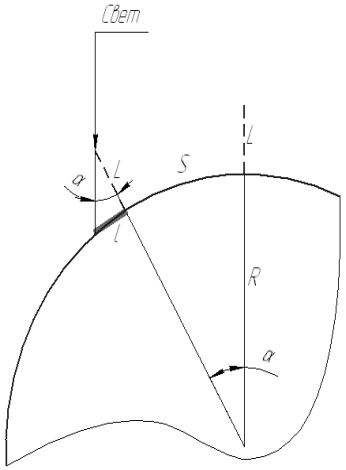
1) Примем допущение о том, что звезда бесконечно далеко от планеты – тогда лучи света падают на планету с одной стороны параллельным пучком.



$$\alpha = \mathrm{arctg}(l / L),$$

где L – 10-метровый шест, l – длина тени от него.

Задача 2. Решение (продолжение)



Длина пройденного по планете расстояния от экватора равна

$$S = \alpha R = \alpha D / 2$$

Отсюда

$$D = \frac{2S}{\mathrm{arctg}(l / L)}$$

Получим значения диаметра 4878, 4445 и 4567 км соответственно. Средняя величина – 4630км.

Задача 2. Решение (продолжение)

2) Реальная дистанция составляет 9500-10500 м. Реальная длина тени 39-43 мм.

Для получения максимального значения диаметра подставим в уравнение максимальную дистанцию и минимальную длину тени. Для минимального значения диаметра – наоборот.

Таким образом, диаметр составляет от 4418-5384 км.

Погрешность определения диаметра в первом измерении составляет

$$E_{\min} = \frac{L_{\min} - L}{L} = -9,43\%$$

$$E_{\max} = \frac{L_{\max} - L}{L} = 10,37\%$$

Задача 3. Условие

Жидкий азот хранится в сосуде сферической формы с пенопластовой теплоизоляцией при температуре кипения -195°С (такая же температура внутренней поверхности теплоизоляции). Плотность азота составляет 808 кг/м^3, а его удельная теплота испарения 199 кДж/кг. Теплопроводность пенопласта 0,5 Вт/(м·К), температура окружающей среды (и внешней поверхности теплоизоляции) равна 20°С.

Для оценки плотности теплового потока через стенку (количеству энергии, проходящей через единицу площади поверхности стенки в единицу времени) используется следующая формула:

$$q = \lambda \frac{T_2 - T_1}{\delta},$$

где λ – теплопроводность материала стенки, T_1 и T_2 – соответственно, температура внутренней и наружной поверхности стенки, δ – толщина стенки. Тепловой поток направлен со стороны с большей температурой в сторону с меньшей температурой.

Задача 3. Условие (продолжение)

Найти зависимость времени полного испарения азота из ёмкости от диаметра ёмкости в диапазоне 0,2-1,0 м при условии, что толщина теплоизоляции составляет 0,01м.

Задача 3. Решение

Время испарения определяется поступающей в сосуд тепловой мощностью и теплотой испарения жидкого азота. Тепловая мощность равна произведению теплового потока на площадь поверхности сосуда:

$$N = qS$$

$$q = \lambda \frac{T_2 - T_1}{\delta},$$

$$S = \pi D^2$$

Затраты энергии на испарение азота

$$E = \frac{1}{6} \rho \pi D^3 r_{\text{исп}}$$

Произведение мощности на время равно затратам энергии:

$$N \cdot t = E$$

Задача 3. Решение (продолжение)

Решая полученную систему, находим

$$t = k \cdot D$$

где

$$k = \frac{\rho r_{\text{исп}} \delta}{6\lambda(T_2 - T_1)} = 2493 \text{ с/м}^3$$

Граничные значения времени составляют:

$$t(0,2) = 498 \text{ с} \approx 8 \text{ мин}$$

$$t(1,0) = 2493 \text{ с} \approx 41,6 \text{ мин}$$

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЗАДАЧА ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО НАПРАВЛЕНИЯ

Задача 3. Условие

Для изготовления стеклопластиковых труб проводится намотка на оправку (форму) ткани из тонких стеклянных нитей, пропитанной связующим (жидкий материал, превращающийся в пластмассу под воздействием физических или химических факторов). После этого проводится отверждение связующего. В качестве связующего используется двухкомпонентный состав, состоящий из двух объемных долей эпоксидной смолы и одной объемной доли отвердителя.

Плотность обоих компонентов составляет 1200 кг/м^3. Стеклянная ткань (плотность материала 2500 кг/м^3) имеет толщину 0,2 мм, а нити занимают 20% её объема.

Для подготовки пропитанной ткани компоненты связующего из двух емкостей под давлением подаются в смеситель, после чего в пропиточную ванну, где происходит пропитка ткани и отжим избыточного связующего перед намоткой.

Задача 3. Условие (продолжение)

Вопросы:

1) Каков необходимый расход компонентов связующего (в кг/с) для производства стеклопластиковой трубы средним диаметром 100 мм с толщиной стенки 2 мм, если производительность завода составляет 100 м/час.
2) Определите диаметры отверстий для подачи смолы и отвердителя, если избыточное давление подачи составляет 2 атм.
3) Определите массу 1 метра трубы.

Дополнительные сведения: объёмный расход жидкости через отверстие в первом приближении может быть определён по формуле

$$Q = S\sqrt{\frac{2 \cdot \Delta p}{\rho}}, \text{ м}^3/\text{с}$$

где S – площадь сечения отверстия, Δp – избыточное давление в ёмкости с жидкостью, ρ – плотность жидкости.

Задача 3. Решение

Выделение физических процессов:

Прежде всего, указанные материалы расходуются на формирование трубы – то есть заполнение объема её стенки. Зная поперечные размеры трубы можно определить площадь сечения (и объем материала, расходуемый на изготовление 1 метра трубы).

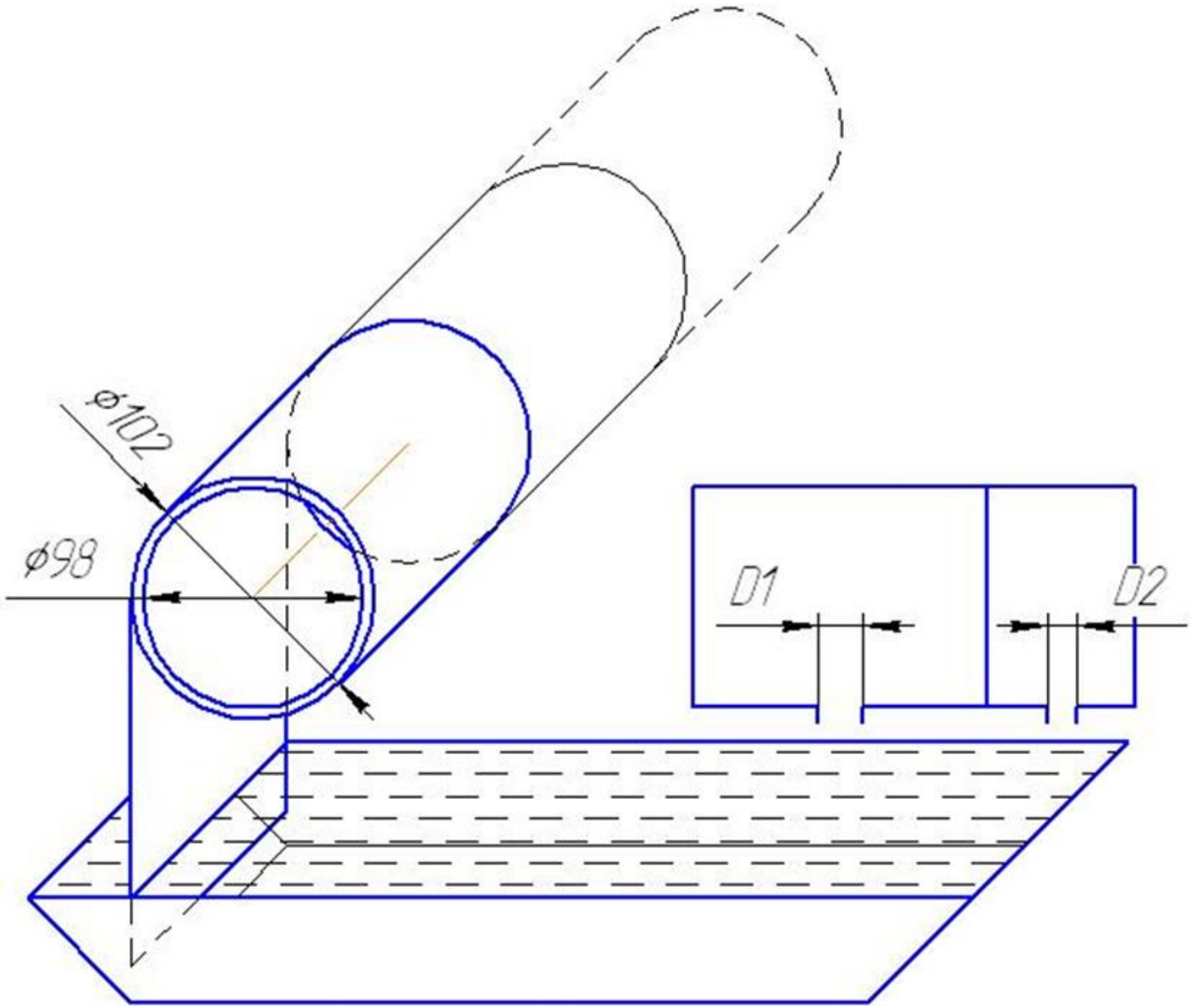
Зная производительность завода (в погонных метрах трубы за единицу времени) и площадь сечения трубы – можно определить суммарный объемный расход материала. Зная объемные доли компонентов (ткани и связующего) можно определить их объемные расходы, а зная их плотности – и массовые расходы.

Зная толщину стенки и толщину стеклянной ткани (условно несжимаемой) можно определить количество слоев в трубе и, следовательно, необходимую площадь ткани для изготовления 1 п.м. трубы. А зная производительность завода – общий расход в $м^2/с$.

Задача 3. Решение (продолжение)

- Расход ткани и массовые расходы компонентов связующего являются ответом на вопрос №1.
- Из формулы для объемного расхода жидкости, зная плотность материалов и избыточное давление подачи, можно определить площади (а значит и диаметры) отверстий, что является ответом на вопрос №2.
- Стеклянная ткань является несжимаемой, но слои ложатся один на другой без зазора. То есть в намотанной на оправку ткани 20% объема занимает стекло, а остальные 80% объема – связующее. Исходя из плотностей материалов, можно найти массу 1 п.м. трубы, что является ответом на вопрос №3.

Задача 3. Решение (продолжение)



Задача 3. Решение (продолжение)

Формализация физических процессов и подготовка системы уравнений, фактически, в данном примере свернуты в один пункт, ввиду отсутствия жесткой последовательности расчетов:

Площадь сечения материала трубы составляет:

$$S = \pi(D^2 - d^2)/4,$$

где D и d – внешний и внутренний диаметры трубы соответственно.

Объемный расход материала трубы составляет

$$V = S\frac{L}{T},$$

где L/T = 100 п.м/час – производительность завода. Для приведения параметров к системе СИ разделим объемный расход на количество секунд в часе:

$$V_s = \frac{SL}{3600}, \quad \text{м}^3/\text{с}$$

Задача 3. Решение (продолжение)

Объем l = 1 п.м трубы составляет $V_1 = S \cdot l$.

Известно, что нити занимают 20% объема ткани, а значит и намотанного материала. Определим потребные объемные расходы компонентов:

$$V_{ткани} = 0,2V_s,$$

$$V_{\text{смолы}} = \frac{2}{3}(1-0,2)V_s,$$

$$V_{\text{отвердителя}} = \frac{1}{3(1-0,2)V_s}.$$

Массовый расход ткани определяется объемным расходом материала и его плотностью

$$M_{\text{ткани}} = V_{\text{ткани}}\rho_{\text{стекла}}$$

Массовые расходы смолы и отвердителя, соответственно:

$$M_{\text{смолы}} = V_{\text{смолы}}\rho_{\text{смолы}},$$

$$M_{\text{отв}} = V_{\text{отв}}\rho_{\text{отв}}.$$

Задача 3. Решение (продолжение)

Количество слоев в ткани составляет

$$n = \frac{D - d}{2h}.$$

Здесь (D - d)/2 – толщина одной стенки, h – толщина слоя ткани.

Приняв средний диаметр трубы за диаметр намотки, определим длину ткани для намотки полной толщины:

$$X = \pi D_{mid} n.$$

Площадь отверстий выражается из формулы для расхода жидкости

$$Q\sqrt{\frac{\rho}{2 \cdot \Delta p}} = S = \frac{\pi \cdot D_1^{\,2}}{4}$$

Отсюда диаметр:

$$\sqrt{\frac{4 \cdot Q}{\pi}\sqrt{\frac{\rho}{2 \cdot \Delta p}}} = D_1$$

Задача 3. Решение (продолжение)

Проведение расчетов:

1) Расход ткани

$$M_{\text{ткани}} = V_{\text{ткани}} \rho_{\text{стекла}},$$

$$V_{ткани} = 0,2 V_s,$$

$$V_s = \frac{SL}{3600},$$

$$S = \frac{\pi (D^2 - d^2)}{4},$$

$$M_{\text{ткани}} = 0,2\pi \frac{D^2 - d^2}{4} \cdot \frac{L}{3600} \rho_{\text{стекла}} = 0,2\pi \frac{0,102^2 - 0,098^2}{4} \cdot \frac{100}{3600} \cdot 2500 = 0,00872 \text{ кг/с}$$

$$M_{\text{смолы}} = V_{\text{смолы}} \rho_{\text{смолы}},$$

$$V_{\text{смолы}} = \frac{2}{3}(1 - 0,2) V_s,$$

Задача 3. Решение (продолжение)

$$M_{\text{смолы}} = \frac{2}{3}(1-0,2)\pi\frac{D^2-d^2}{4}\cdot\frac{L}{3600}\rho_{\text{смолы}}$$

$$M_{\text{смолы}} = \frac{2}{3}(1-0,2)\pi\frac{0,102^2-0,098^2}{4}\cdot\frac{100}{3600}\cdot 1200 = 0,0167 \text{ кг/с}$$

Аналогично

$$M_{отв} = 0,00837$$

Количество слоев в ткани

$$n = \frac{D-d}{2h} = (0,102-0,098)/(2\cdot 0,0002) = 10.$$

Расход ткани на полную толщину трубы

$$X = \pi D_{mid} n = \pi\cdot 0,1\cdot 10 = 3,14 \text{ п.м.}$$

Диаметр отверстия для подачи смолы

$$D_1 = \sqrt{\frac{4\cdot Q}{\pi}\sqrt{\frac{\rho}{2\cdot\Delta p}}} = \sqrt{\frac{4\cdot 0,0000139}{\pi}\sqrt{\frac{1200}{2\cdot 200000}}} = 0,00098$$

Задача 3. Решение (продолжение)

Диаметр отверстия для подачи отвердителя, соответственно:

$$D_2 = 0{,}00069 \text{ м.}$$

Масса 1 метра трубы складывается из массы стеклянной ткани и массы связующего.

Масса ткани для 1 п.м. трубы составляет

$$M_{\text{ткани}} = 0,2S \cdot 1\text{м} \cdot \rho_{\text{стекла}} = 0,2\pi \frac{D^2 - d^2}{4} \cdot 1\text{м} \cdot \rho_{\text{стекла}}.$$

$$M_{\text{ткани}} = 0,2\pi \frac{0{,}102^2 - 0{,}098^2}{4} \cdot 1\text{м} \cdot 2500 = 0,314 \text{ кг}$$

Масса связующего (так как плотность компонентов одинакова – рассматриваем его как один материал с плотностью 1200 кг/м^3)

Итого, полная масса 1 п.м. трубы составляет 0,917 кг.

Задача 3. Решение (продолжение)

Ответ:

1) Необходимый расход смолы составляет 0,0167 кг/с, отвердителя 0,00837 кг/с.

2) Необходимый диаметр отверстий подачи смолы и отвердителя составляет 0,98 мм и 0,69 мм соответственно.

3) 1 метр трубы имеет массу 0,917 кг.

Задача 3. Решение (продолжение)

Подпункт	Максимальное число баллов	Оценка решения
1. Выделение физических процессов, последовательности и причинно-следственных связей		
Основные баллы	8	8
Графическое описание	+3	+1
Структурирование	+2	+1
Максимальное число баллов	**13**	**10**
2. Формализация физических процессов		
Основные баллы	9	8
Максимальное число баллов	**9**	**8**
3. Подготовка системы уравнений, алгоритма, математической модели		
Основные баллы	8	8
Математические преобразования	+2	+1
Максимальное число баллов	**10**	**9**
4. Проведение расчетов, получение и представление результата		
Расчеты и результат	8	8
Представление результата	+4	+4
Максимальное число баллов	**12**	**12**
5. Дополнительные баллы в соответствии со спецификой задачи		
Максимальное число баллов за этап	**6**	**0**
Σ Сумма баллов	**50**	**39**

Спасибо за внимание!